

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE FLUXO DE CARGA A PARTIR DE APROXIMAÇÕES DE PADÉ DE TENSÕES NODAIS DE BARRA

ALINE GUIMARÃES CARVALHO

Brasília, dezembro de 2017

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE FLUXO DE CARGA A PARTIR DE APROXIMAÇÕES DE PADÉ DE TENSÕES NODAIS DE BARRA

ALINE GUIMARÃES CARVALHO

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

APROVADA POR:



FRANCISCO DAMASCENO FREITAS, Dr., ENE/UNB
(ORIENTADOR)



Avaliador 1
(LUÍS FILOMENO DE JESUS FERNANDES, FGA/UnB)



Avaliador 2
(ALUÍSIO CÉSAR SANTOS JÚNIOR, Engenheiro CEF)

FICHA CATALOGRÁFICA

CARVALHO, ALINE GUIMARÃES

Solução das equações de fluxo de carga a partir de aproximações de Padé de tensões nodais de barra [Distrito Federal] 2017.

xiii, 41p., 210 x 297 mm (ENE/FT/UnB, Engenheiro Eletricista, 2017).

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Elétrica.

1. Fluxo de Potência.

2. Métodos Iterativos.

3. Holomorphic Embedding Method.

4. High Voltage

I. ENE/FT/UnB

II. Solução das equações de fluxo de carga a partir de aproximações de Padé de tensões nodais de barra

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

CARVALHO, A. G. (2017). Solução das equações de fluxo de carga a partir de aproximações de Padé de tensões nodais de barra, 2017, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 55p.

CESSÃO DE DIREITOS

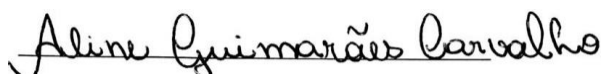
AUTORA: Aline Guimarães Carvalho.

TÍTULO: Solução das equações de fluxo de carga a partir de aproximações de Padé de tensões nodais de barra.

GRAU: Engenheiro Eletricista.

ANO: 2017.

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste trabalho de conclusão de curso e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. A autora reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte deste trabalho de conclusão de curso pode ser reproduzida sem autorização por escrito da autora.



Aline Guimarães Carvalho

Quadra 22 casa 134 – Setor Leste

72.460-220; Gama – DF - Brasil

“Dedico esse trabalho a minha família por todo o apoio, incentivo, compreensão e amor concedidos ao longo de toda a minha vida.”

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus pelo dom da vida, sabedoria e capacidade.

Aos meus pais que me ensinaram o valor da vida, do amor, dos estudos e da fé em Deus, devo a Deus e a eles a pessoa que sou.

À minha irmã, Ana Luiza, que me ajudou sempre que precisei.

Ao Arthur, que esteve ao meu lado durante a realização do curso.

Às minhas amigas de infância, Amanda Carvalho e Vanessa Diniz que souberam compreender minha ausência devido à vida acadêmica, mas que estavam sempre ao meu lado.

Aos amigos que a Universidade de Brasília me deu, em especial às amigas da engenharia elétrica, Ana Paula Marques, Danielle Leite e Vivia Alencar, companheiras que me ajudaram nas jornadas de estudos, que já fazem falta no dia-a-dia e que levarei para a vida.

Ao meu orientador, Francisco Damasceno Freitas, que acreditou e orientou na elaboração desse trabalho, me ajudando, direcionando e prestando todo o suporte necessário para que eu conseguisse concluir esta etapa.

A todos que contribuíram de alguma forma, obrigada.

“Arrisque-se: se você vencer, será feliz; se perder, será sábio.”

Peter Kreeft

RESUMO

Os estudos relacionados ao fluxo de potência são fundamentais para a operação estável e eficiente dos sistemas elétricos, além de sua necessidade em planejamentos de expansão e melhorias da rede. O cálculo do fluxo de potência resulta nas variáveis de estado do sistema que, basicamente, descrevem o ponto de operação em regime permanente do mesmo. O cálculo dessas variáveis é necessário para manter o funcionamento dos dispositivos associados à rede dentro dos seus limites estáveis. Dentre os diversos métodos já propostos para a solução do problema, o método iterativo de Newton-Raphson é um dos mais utilizados. No entanto, além da necessidade de uma estimativa inicial, esse tipo de solução também não apresenta bons resultados em situação de contingência.

Este trabalho descreve o método não iterativo *Holomorphic Embedded*, proposto por Antonio Trias em 2012, para a solução do problema de fluxo de potência (PFC). Apresenta-se um resumo sobre os equacionamentos básicos requeridos para o entendimento do método, principalmente, com relação à modelagem envolvendo os tipos de barras usuais tratadas no PFC. O trabalho também explora estudo em que se avalia o efeito do carregamento do sistema sobre as tensões. Experimentos com base em sistemas de 3, 4, 14, 30 e 57 barras são usados para avaliar o desempenho do método. Resultados são comparados com aqueles obtidos pelo tradicional método de Newton-Raphson usado na resolução do problema. Os resultados obtidos evidenciam a similaridade dos métodos em situações normais de carregamento. Mas, próximo ao ponto de colapso de tensão, o método não iterativo mostra-se mais estável sob o ponto de vista numérico, tendo em vista que enquanto o método de Newton-Raphson pode não convergir, o método não iterativo apresenta convergência sempre que existe solução.

ABSTRACT

Power flow studies are extremely important for the successful and efficient operation of electrical systems, besides being necessary for planning and the improvement of the grid. As a result of the power flow resolution, the system state variables are obtained and they describe the steady-state operation point for the system. The calculation of these variables is required in order to maintain the devices connected to the grid within the limits of stable operation. Among the several different methods already proposed for solving the problem, the iterative Newton-Raphson method is one of the most widely used. However, in addition of its need for an initial estimative, the method also does not present very good results for the power flow problem when a contingency occurs in system.

This work describes a non-iterative method called Holomorphic Embedded, proposed by Antonio Trias in 2012, in order to solve the power flow problem (PF). A summary of the basic equations required for the understanding of the method is presented, mainly considering the modelling involving the usual types of bars treated in the PF. The work also presents a study in which the impact of load increasing on the system voltages is evaluated. Experiments based on 3, 4, 14, 30 and 57 buses systems are used to assess the performance of the method. Results are compared with those found by the traditional Newton-Raphson method used to solve the problem. The results obtained evidence the similarity of the methods in normal loading situations. However, near the point of voltage collapse, the non-iterative method is more stable from the numerical point of view because it always converges when a solution exists, while the the Newton-Raphson method may not converge in this type of case.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Diagrama unifilar de um sistema de 4 barras (Subramanian, 2014)(<i>Adaptado</i>).	5
Figura 2.2– Representação da barra i e suas conexões (Saadat, 1999)(<i>Adaptado</i>).	7
Figura 2.3- Perfil de tensão em uma barra sujeita a um carregamento γ (Resende, 2007).....	14
Figura 3.1 – Diagrama unifilar de um sistema de 3 barras	23
Figura 4.1 – Representação unifilar de um sistema trifásico de 4 barras (Subramanian, et al., 2013).....	32
Figura 4.2 - Representação unifilar de um sistema trifásico de 14 barras (University of Washington, 1993).....	32
Figura 4.3 - Representação unifilar de um sistema trifásico de 30 barras (University of Washington, 1993).....	33
Figura 4.4 – Perfil de tensão de barras PQ dos sistemas de 4 e 14 barras.....	36

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Especificações dos dados de linhas de transmissão.....	29
Tabela 4.2 – Especificações dos dados de barra.....	29
Tabela 4.3 – Coeficientes das séries de potências resultantes para as variáveis de estado desconhecidas.....	30
Tabela 4.4 – Tensões e potências ativas e reativas para o sistema de 3 barras.....	30
Tabela 4.5 – Resultados para a simulação de diferentes sistemas.....	33
Tabela 4.6 – Resultados para um sistema de 4 barras com carregamento.....	34
Tabela 4.7 – Resultados para um sistema de 14 barras com carregamento.....	35

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

HE	<i>Holomorphic Embedding</i>
HEM	<i>Holomorphic Embedding Method</i>
HELM	<i>Holomorphic Embedding Load Flow Method</i>
HV	<i>High voltage</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
I	Corrente elétrica (A)
LV	<i>Low voltage</i>
P	Potência ativa (MW)
Q	Potência reativa (MVar)
r	Resistência elétrica (Ω)
S	Potência complexa (MVA)
SEP	Sistema Elétrico de Potência
PBE	<i>Power Balance Equations</i>
V	Tensão (V)
x	Reatância (Ω)
z	Impedância (Ω)
y	Admitância (S)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA	1
1.2	PROBLEMA DO FLUXO DE POTÊNCIA	2
1.3	<i>HOLOMORPHIC EMBEDDING</i>	3
1.4	OBJETIVOS	3
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO	3
2	SOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA	5
2.1	INTRODUÇÃO	5
2.2	MATRIZ ADMITÂNCIA DE BARRA	5
2.3	EQUAÇÕES DE BALANÇO DE POTÊNCIA	7
2.4	MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON.....	9
2.4.1	Matriz Jacobiana.....	11
2.5	SOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA PELO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON	12
2.6	CURVA PV	14
2.7	CONVERGÊNCIA EM MÉTODOS ITERATIVOS	15
2.8	CONCLUSÃO DO CAPÍTULO	16
3	MÉTODO <i>HOLOMORPHIC EMBEDDING</i> APLICADO AO FLUXO DE POTÊNCIA	17
3.1	INTRODUÇÃO	17
3.2	FUNÇÕES HOLOMÓRFICAS.....	17
3.3	MODELO PARA A BARRA DE CARGA.....	18
3.4	MODELO PARA A BARRA DE GERAÇÃO	21
3.5	MODELO PARA A BARRA <i>SLACK</i>	23
3.6	REPRESENTAÇÃO MATRICIAL DOS COEFICIENTES	23
3.7	<i>GERM SOLUTION</i>	24

3.8	APROXIMAÇÃO DE <i>PADÉ</i>	25
3.9	CONCLUSÃO DO CAPÍTULO	27
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	28
4.1	INTRODUÇÃO	28
4.2	APLICAÇÃO DO MÉTODO <i>HOLOMORPHIC EMBEDDING</i> PARA UM SISTEMA DE TRÊS BARRAS	28
4.3	COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS HELM E NEWTON-RAPHSON EM CONDIÇÕES NORMAIS DE OPERAÇÃO	31
4.3.1	DESCRIÇÃO DOS SISTEMAS	31
1.	Sistema de 4 barras.....	31
2.	Sistemas de 14, 30 e 57 barras.	32
4.3.2	TESTES E RESULTADOS OBTIDOS	33
4.4	COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS HELM E NEWTON-RAPHSON PARA UM SISTEMA COM CARREGAMENTO VARIÁVEL.....	34
4.5	CONCLUSÃO DO CAPÍTULO	37
5	CONCLUSÕES	38
5.1	CONCLUSÕES GERAIS	38
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	39
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	40

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA

A evolução socioeconômica e demográfica de um país, juntamente com o crescimento constante das tecnologias relacionadas à comunicação e indústria, são fatores que apresentam grande influência sobre o aumento do consumo de energia elétrica. É necessário, então, que a geração também aumente a fim de acompanhar o crescimento da demanda. Entre 2011 e 2015, a capacidade instalada de geração elétrica no Brasil aumentou em quase 20% (EPE - Empresa de Pesquisa Energética, 2016), o que é um aumento considerável, já que essa capacidade está na ordem de GWs.

No Brasil, 60% da geração de energia elétrica é proveniente de fontes hidráulicas, sendo que a maior parte da capacidade instalada está concentrada nas regiões Sul e Sudeste (EPE - Empresa de Pesquisa Energética, 2016). Nesse contexto, encontra-se um novo problema, é preciso que essa energia gerada seja transferida para os consumidores, o que é feito pela rede de transmissão.

A rede elétrica é, basicamente, dividida em três grupos: transmissão, subtransmissão e distribuição. Esses sistemas, juntamente com aquele constituído pela geração, são interconectados e constituem o SIN (Sistema Interligado Nacional). O Sistema Interligado Nacional une os sistemas relativos às regiões Nordeste, Sudeste/Centro-Oeste, Sul e parte da região Norte, propiciando a troca de energia em âmbito nacional (ONS, 2017).

A fim de manter um funcionamento eficiente do sistema elétrico, estudos relativos a operação e planejamento são constantemente realizados. Existem algumas condições que precisam ser satisfeitas, como o balanço de potência: a potência gerada deve ser suficiente para suprir as cargas e as perdas do sistema. Além disso, os componentes da rede precisam que certas condições sejam atendidas para manter seu funcionamento apropriado: os limites de potência para os geradores devem ser respeitados, linhas de transmissão e transformadores não devem operar em situação de sobrecarga e é esperado que as tensões nas barras permaneçam próximas de seus valores nominais (Glover, et al., 2016). Dentro desse contexto, então, encontram-se os estudos relacionados ao fluxo de potência.

1.2 PROBLEMA DO FLUXO DE POTÊNCIA

O problema do fluxo de potência é de grande importância para a operação, planejamento e expansão de sistemas elétricos de potência trifásicos. O objetivo principal desse tipo de problema é encontrar um ponto de equilíbrio do sistema, também conhecido como ponto de operação em regime permanente. Esse cálculo retorna as grandezas relacionadas às barras: tensões e potências ativa e reativa injetadas, a partir dos quais se torna possível encontrar os fluxos em outros equipamentos, como linhas de transmissão e transformadores, além de estimar as perdas do sistema (Glover, et al., 2016).

Em um sistema elétrico real e de grandes dimensões como o SIN, a carga está em constante mudança. Por isso, além do planejamento, é necessário o cálculo do fluxo de potência em tempo real, para que as ações necessárias de controle sejam realizadas quando houver perturbações no sistema, de forma a manter o funcionamento dentro das margens de estabilidade.

Usualmente, são utilizados métodos iterativos na solução do problema do fluxo de potência. Alguns exemplos são: Gauss-Seidel, Newton-Raphson e alguns variantes. Os métodos baseados em Newton-Raphson, em geral, são considerados melhores devido à suas propriedades de sua convergência quadrática (Trias, 2012).

Alguns problemas, no entanto, aparecem quando se faz uso desse tipo de método. O primeiro está relacionado à necessidade do cálculo da matriz jacobiana a cada iteração, o que pode prejudicar o desempenho computacional e tornar o método mais dispendioso. O segundo, por sua vez, diz respeito à necessidade de uma estimativa inicial próxima ao valor da solução desejada para a aplicação do método. Se uma estimativa inicial é ruim para determinado problema, o método pode convergir para uma solução não desejada, ou mesmo divergir em casos que a solução é existente (Trias, 2012).

A possibilidade de não convergência dos métodos iterativos é um grande problema para situações em que a operação está próxima do carregamento máximo e também para operação de sistemas em tempo real.

1.3 HOLOMORPHIC EMBEDDING

Com o intuito de evitar os problemas relacionados aos métodos iterativos, uma solução para o fluxo de potência utilizando o método HEM, *Holomorphic Embedding Method*, foi proposta por Antonio Trias em 2012 (Trias, 2012). Essa solução, denominada HELM (*Holomorphic Embedding Load Flow Method*), visa transformar as equações não-lineares do balanço de potência em holomórficas, possibilitando o uso de suas propriedades analíticas para aproximar as variáveis desconhecidas por séries de potência e, assim, resolver o problema de forma recursiva (Trias, 2012).

Diferente dos métodos iterativos, o HELM garante que a solução operacional seja encontrada sem a necessidade de estimativas iniciais e, ainda, sinaliza quando não há solução para o sistema das equações do balanço de potência.

1.4 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho é a descrição e análise do método não-iterativo Holomorphic Embedding para o cálculo do fluxo de potência. Deseja-se também fazer a comparação desse método ao método de Newton-Raphson com relação a resultados e desempenho.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está dividido em 5 capítulos. No Capítulo 2, é descrito um modelo para sistemas elétricos de potência que resulta em equações não-lineares e descreve o problema de fluxo de potência. O método iterativo de Newton-Raphson é exposto como meio para solução desse problema.

No Capítulo 3, é apresentada uma formulação matemática que permite encontrar as tensões e potências nas barras a partir de um método não iterativo. O sistema passa a ser descrito por equações holomórficas, cuja solução pode ser encontrada a partir da aproximação por séries de potência e utilização de métodos de continuação analítica.

No Capítulo 4 é realizada a validação do modelo proposto para a solução de problemas de fluxo de potência, comparando-o com o modelo não-iterativo de Newton-Raphson, descrito no Capítulo 2.

Por fim, o capítulo 5 apresenta as conclusões obtidas no trabalho.

2 SOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA

2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresenta-se o modelo estático adotado para o problema de fluxo de carga de um sistema elétrico de potência. O foco é relacionado ao equacionamento básico que envolve as Equações de Balanço de Potência. O método iterativo de Newton-Raphson é introduzido e é demonstrado como o cálculo do fluxo de potência é realizado. Além disso, introduz-se a noção de curva PV relacionando o problema de carregamento e o problema de variação de tensão até o ponto de colapso de tensão (carregamento crítico).

2.2 MATRIZ ADMITÂNCIA DE BARRA

O sistema elétrico pode ser modelado pela interconexão de diversos componentes como impedâncias e fontes de tensão. Para melhor compreender o problema, considere o sistema elétrico da Figura 2.1, que é uma representação ilustrativa na forma de diagrama unifilar para uma rede elétrica de quatro barras.

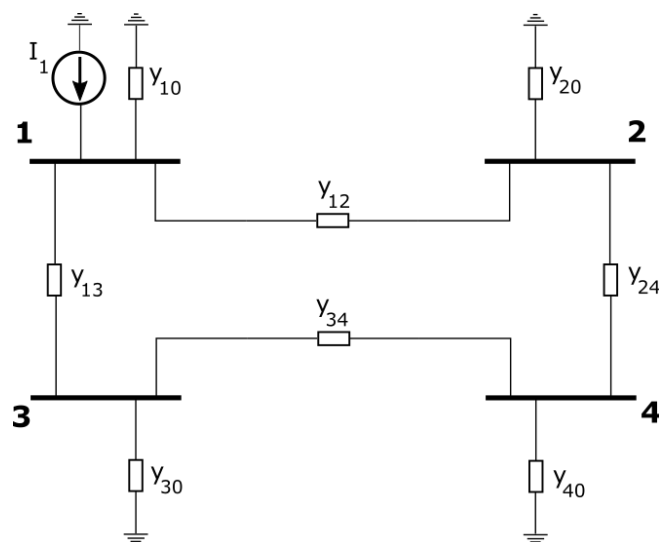


Figura 2.1 - Diagrama unifilar de um sistema de 4 barras (Subramanian, 2014)(Adaptado).

De acordo com a lei de Kirchhoff das Correntes (LKC), a soma de todas as correntes que saem de um nó é igual à soma daquelas que chegam ao mesmo nó. Para o caso do sistema apresentado na Figura 2.1, definem-se as admitâncias das ligações de ramos entre as barras i e j como $y_{ij} = \frac{1}{z_{ij}} = \frac{1}{r_{ij} + jx_{ij}}$, sendo z_{ij} a impedância do ramo, em que r_{ij} é a resistência e x_{ij} , a reatância. Ao aplicar a LKC e rearranjar as equações, como em (Saadat, 1999), obtêm-se as correntes injetadas em cada nó, como no conjunto de equações (2.1), da seguinte forma:

$$\begin{cases} I_1 = (y_{10} + y_{12} + y_{13})V_1 - y_{12}V_2 - y_{13}V_3 \\ 0 = -y_{12}V_1 + (y_{20} + y_{12} + y_{24})V_2 - y_{24}V_4 \\ 0 = -y_{13}V_1 + (y_{13} + y_{30} + y_{34})V_3 - y_{34}V_4 \\ 0 = -y_{24}V_2 - y_{34}V_3 + (y_{40} + y_{24} + y_{34})V_4 \end{cases} \quad (2.1)$$

As admitâncias em (2.1) podem ser substituídas da maneira mostrada em (2.2), para um sistema com n barras, de forma que é possível reescrever as equações nodais como em (2.3).

$$\begin{cases} Y_{ii} = \sum_{j=0}^n y_{ij}, j \neq i \\ Y_{ij} = Y_{ji} = -y_{ij}, j = i \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3 + Y_{14}V_4 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4 \\ I_3 = Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3 + Y_{34}V_4 \\ I_4 = Y_{41}V_1 + Y_{42}V_2 + Y_{43}V_3 + Y_{44}V_4 \end{cases} \quad (2.3)$$

Por conseguinte, para um sistema de n barras, as equações para todos os nós podem ser descritas por meio da representação matricial em (2.4).

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2i} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

A representação matricial é útil por viabilizar o uso de ferramentas computacionais na resolução de sistemas lineares. A representação em (2.4) também pode ser escrita como na equação (2.5), ou ainda, como em (2.6), já que o objetivo é encontrar as tensões em cada nó da rede elétrica.

$$I_{bus} = Y_{bus}V_{bus} \quad (2.5)$$

em que I_{bus} é o vetor das correntes injetadas nos nós, V_{bus} é o vetor das tensões nodais ou tensões de barra e Y_{bus} é denominada matriz de admitância de barra, ou simplesmente matriz Y_{bus} .

$$V_{bus} = Y_{bus}^{-1} I_{bus} \quad (2.6)$$

A partir da resolução da equação (2.6) é possível encontrar as tensões nodais do sistema. Entretanto, também não são conhecidos os valores das correntes injetadas nas barras, resultando em um problema de equações não-lineares que, usualmente, são resolvidos por meio de métodos iterativos.

Em uma rede real de sistemas de potência, há um grande número de barras e cada uma é conectada a apenas as mais próximas, de forma que muitos dos elementos fora da diagonal principal da matriz Y_{bus} são nulos, caracterizando-a como uma matriz altamente esparsa.

2.3 EQUAÇÕES DE BALANÇO DE POTÊNCIA

O cálculo do fluxo de potência em um sistema elétrico tem como finalidade encontrar seu ponto de operação em regime permanente, resultando na obtenção das variáveis de estado (Gómez-Expósito, et al., 2009). Estas variáveis são as magnitudes e os ângulos de fase das tensões, no caso em que os fasores de tensão têm representação na forma polar.

Com o intuito de encontrar as equações gerais para o cálculo dessas variáveis, destaca-se a barra i do sistema elétrico com as suas conexões como é ilustrado na Figura 2.2.

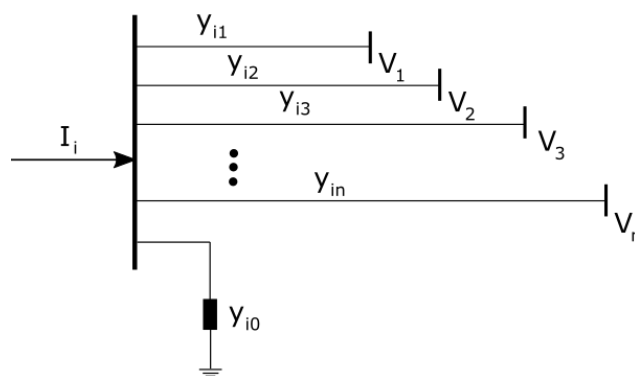


Figura 2.2– Representação da barra i e suas conexões (Saadat,1999) (*Adaptado*).

Cada barra pode ser modelada por quatro variáveis associadas: magnitude ($|V_i|$) e ângulo de fase (δ_i) da tensão e potências ativa (P_i) e reativa (Q_i) injetadas na barra. Cada barra

i do sistema elétrico pode ser classificada entre as três categorias a seguir (Glover, et al., 2016):

1. Barra de carga (PQ): as potências, ativa e reativa, são fixadas, enquanto a magnitude e ângulo de fase da tensão são as variáveis de interesse a serem calculadas.
2. Barra de geração (PV): também chamadas de barra de tensão controlada, nesse tipo de barra, os valores conhecidos são da magnitude da tensão e potência ativa. Calculam-se o ângulo da tensão e a potência reativa, sendo que esta última grandeza tem seus limites especificados (neste trabalho esta modelagem não será considerada, assumindo-se assim que a fonte geradora tenha capacidade de suprir os requisitos de potência reativa requeridos).
3. Barra *swing* (ou *slack*) ($V\theta$): associada a um gerador (usualmente de alta capacidade de geração), é responsável pela compensação da diferença entre a potência das cargas e a potência gerada nas barras PV (incluindo a potência dissipada por perdas na rede). É a barra de referência do sistema, na qual a magnitude e a fase da tensão são fixadas, normalmente com valor próximo de $1\angle 0^\circ pu$.

O objetivo do problema de fluxo de carga, portanto, consiste em se determinar as variáveis de estado para a barra da Figura 2.2. Inicialmente, aplica-se a LKC, resultando na equação (2.7), ou, de forma simplificada, na equação (2.8).

$$I_i = y_{i0}V_i + y_{i1}(V_i - V_0) + y_{i2}(V_i - V_2) + \dots + y_{ij}(V_i - V_j) = (y_{i0} + y_{i1} + y_{i2} + \dots + y_{ij})V_i - y_{i1}V_0 - y_{i2}V_2 - \dots - y_{ij}V_j \quad (2.7)$$

$$I_i = V_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij}V_j, \quad j \neq i \quad (2.8)$$

Reescrevendo a equação (2.8) de maneira que as admitâncias sejam substituídas conforme em (2.2), obtêm-se a formulação em (2.9).

$$I_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij}V_j \quad (2.9)$$

Não obstante, sabe-se que a impedância e a tensão são números complexos que podem ser escritos, respectivamente, como os fasores $Y_{ij} = |Y_{ij}|\angle\theta_{ij}$ e $V_j = |V_j|\angle\delta_j$. Fazendo a substituição dessas grandezas pelas suas representações fasoriais na equação (2.9) resultará na equação (2.10).

$$I_i = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \angle (\theta_{ij} + \delta_j) \quad (2.10)$$

Sabendo que I_i e S_i são, respectivamente, a corrente e a potência complexa injetadas na barra i , sendo $S_i = P_i + jQ_i$, e também que a potência injetada na barra pode ser calculada a partir da equação (2.11), é possível descrever a corrente I_i pela equação (2.12).

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^* \quad (2.11)$$

em que a notação a_i^* denota um número complexo a_i complexo conjugado.

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{|V_i| \angle (-\delta_i)} \quad (2.12)$$

Substituindo a equação (2.10) na equação (2.11) e escrevendo a tensão na barra i em sua forma fasorial como $V_i^* = |V_i| \angle (-\delta_i)$, obtém-se a equação complexa (2.13). Ao se separar a parte real da parte imaginária nessa última equação, torna-se possível calcular, individualmente, as potências ativa e reativa injetadas na barra i utilizando as equações resultantes, (2.14) e (2.15).

$$P_i - jQ_i = (|V_i| \angle -\delta_i) \left(\sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \angle (\theta_{ij} + \delta_j) \right) \quad (2.13)$$

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.14)$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.15)$$

As equações (2.14) e (2.15) são conhecidas como Equações de Balanço de Potência, ou PBEs (do inglês, *Power Balance Equations*) e, usualmente, são resolvidas utilizando métodos iterativos, como Gauss-Seidel e Newton-Raphson (Santos Junior, et al., 2017).

2.4 MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Utilizado para resolução de sistemas de equações não-lineares, o método de Newton-Raphson parte de uma estimativa inicial que é incrementada a cada iteração com o objetivo de convergir para o resultado desejado (Gómez-Expósito, et al., 2009).

Considera-se, inicialmente, uma função de uma variável $x = x^{(0)} + \Delta x^{(0)}$, como na equação (2.16), em que c é uma constante, $x^{(0)}$ é a estimativa inicial e $\Delta x^{(0)}$ é o quanto essa estimativa se distancia da solução.

$$f(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}) = c \quad (2.16)$$

A função é expandida em uma série de Taylor em torno de $x^{(0)}$, como em (Saadat, 1999), o que pode ser visto na equação (2.17). Admitindo-se que $x^{(0)}$ é tão próximo da solução correta que $\Delta x^{(0)}$ é um valor muito pequeno, os termos de ordens mais altas tornam-se desprezíveis. Dessa forma, a equação (2.17) pode ser aproximada por termo linear, como em (2.18), em que $\Delta c^{(0)} = c - f(x^{(0)})$, é o resíduo para a solução $x^{(0)}$ ou *mismatch*.

$$f(x^{(0)}) + \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)^{(0)} (\Delta x^{(0)})^2 + \dots = c \quad (2.17)$$

$$\Delta c^{(0)} \cong \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} \quad (2.18)$$

Assim, a estimativa inicial somada ao incremento $\Delta x^{(0)}$ resulta em uma nova solução $x^{(1)}$, dada pela equação (2.19).

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \frac{\Delta c^{(0)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)}} \quad (2.19)$$

O processo iterativo se repete até que x convirja, o que acontece quando o valor do incremento se torna muito pequeno, ou menor que um valor ϵ , a tolerância para convergência, fixado pelo usuário. As equações (2.20), (2.21) e (2.22) podem ser empregadas para a descrição do algoritmo do método de Newton-Raphson.

$$\Delta c^{(k)} = c - f(x^{(k)}) \quad (2.20)$$

$$\Delta x^{(k)} = \frac{\Delta c^{(k)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(k)}} \quad (2.21)$$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)} \quad (2.22)$$

O termo $\left(\frac{df}{dx}\right)^{(k)}$ da equação (2.21) define a matriz Jacobiana para o caso em que a função $f(x^{(k)})$ tem n variáveis.

2.4.1 Matriz Jacobiana

Modificando o problema anterior para uma situação com n funções com variáveis $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ e fazendo a expansão em séries de Taylor em torno das estimativas iniciais, do mesmo modo que em (2.17), desconsiderando-se os termos de ordem mais alta, obtém-se o conjunto de equações (2.23).

$$\begin{cases} (f_1)^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} = c_1 \\ (f_2)^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} = c_2 \\ \vdots \\ (f_n)^{(0)} + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} = c_n \end{cases} \quad (2.23)$$

A equação (2.24) representa matricialmente as equações em (2.23). O objetivo nesse caso é encontrar o incremento $\Delta x_i^{(0)}, i = 1, \dots, n$. Da mesma maneira, é possível encontrar os incrementos para a k -ésima iteração. As equações (2.25), (2.26) e (2.27) descrevem o algoritmo do método de Newton-Raphson para o caso em que existem n funções com n variáveis.

$$\begin{bmatrix} c_1 - (f_1)^{(0)} \\ c_2 - (f_2)^{(0)} \\ \vdots \\ c_n - (f_n)^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\Delta \mathbf{C}^{(k)} = \mathbf{J}^{(k)} \Delta \mathbf{X}^{(k)} \quad (2.25)$$

$$\Delta \mathbf{X}^{(k)} = [\mathbf{J}^{(k)}]^{-1} \Delta \mathbf{C}^{(k)} \quad (2.26)$$

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} + \Delta \mathbf{X}^{(k)} \quad (2.27)$$

Sendo que, $\Delta \mathbf{X}^{(k)}$, $\Delta \mathbf{C}^{(k)}$ e $\mathbf{J}^{(k)}$ são obtidos como:

$$\Delta X^{(k)} = \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(k)} \\ \Delta x_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(k)} \end{bmatrix}$$

$$\Delta C^{(k)} = \begin{bmatrix} c_1 - (f_1)^{(k)} \\ c_2 - (f_2)^{(k)} \\ \vdots \\ c_n - (f_n)^{(k)} \end{bmatrix}$$

$$J^{(k)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(k)} \end{bmatrix},$$

e $J^{(k)}$ é a matriz jacobiana.

2.5 SOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA PELO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

O método iterativo de Newton-Raphson pode ser utilizado para o cálculo do fluxo de potência tomando as equações (2.14) e (2.15) como ponto de partida, já que ambas são não-lineares. Conhecendo as propriedades de cada barra, sabe-se que para as barras que são do tipo PQ é necessário encontrar duas variáveis de estado, $|V_j|$ e δ_j , enquanto que, para cada barra PV, é preciso encontrar apenas o valor da fase da tensão, δ_j (Saadat, 1999).

Seguindo o mesmo princípio apresentado na equação (2.23) e assumindo que a barra 1 é a *slack*, de forma que as equações nessa barra não são consideradas na resolução do problema iterativo, tem-se as equações correspondentes às expansões em séries de Taylor para um sistema elétrico de n barras em (2.28), ou de forma simplificada em (2.29).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta P_n^{(k)} \\ \Delta Q_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{(k)} \\ \Delta |V_2^{(k)}| \\ \vdots \\ \Delta |V_n^{(k)}| \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\delta} \\ \Delta |\mathbf{V}| \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Para o cálculo da matriz jacobiana, é necessário encontrar as derivadas das equações (2.14) e (2.15) para cada barra em relação à todas as variáveis de estado desconhecidas do sistema.

Uma vez encontrada a matriz jacobiana, é preciso encontrar os resíduos $\Delta P_i^{(k)}$ e $\Delta Q_i^{(k)}$, o que pode ser realizado partindo das equações (2.30) e (2.31), em que $P_i^{(k)}$ e $Q_i^{(k)}$ são as potências calculadas na k-ésima iteração e P_i^{sp} e Q_i^{sp} são os valores conhecidos (especificados) para as potências na barra i . No caso da barra PV, desconsidera-se as variáveis relativas à potência reativa.

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sp} - P_i^{(k)} \quad (2.30)$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sp} - Q_i^{(k)} \quad (2.31)$$

Por fim, utilizando a equação (2.28), é possível encontrar os incrementos para o ângulo de fase e para a magnitude de tensão e adicioná-los à estimativa inicial, de forma a se a atualizar a estimativa, como calculado nas equações (2.32) e (2.33). Nessa etapa, é desconsiderado o cálculo de $|V_i^{(k+1)}|$ para as barras do tipo PV.

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta \delta_i^{(k)} \quad (2.32)$$

$$|V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(k)}| + \Delta |V_i^{(k)}| \quad (2.33)$$

São realizadas novas iterações até que $\max\{|\Delta P_i^{(k)}|, |\Delta Q_i^{(k)}|\} \leq \epsilon$, sendo ϵ a tolerância de convergência especificada.

2.6 CURVA PV

A curva PV expressa o módulo da tensão em uma determinada barra do sistema elétrico em função do carregamento nas barras. O fluxo de potência é calculado para aumentos consecutivos no carregamento (γ), ou seja, acréscimos na carga e na geração de potência ativa, até que a tensão alcance seu ponto de carregamento máximo (Resende, 2007). Neste caso, as potências especificadas nas barras PQ são função do parâmetro γ e calculadas a partir de um carregamento inicial P_{i0}^{sp} , que ocorre ao se fazer $\gamma = 0$, de modo que $P_i^{sp} = (1 + \gamma)P_{i0}^{sp}$ e $Q_i^{sp} = (1 + \gamma)Q_{i0}^{sp}$. Nas barras PV, faz-se a modificação somente em P_i^{sp} . No ponto de carregamento máximo admissível, $\gamma = \gamma_{max}$, o que significa dizer que para valores de carregamento superiores a γ_{max} o método de Newton-Raphson aplicado a (2.14) e (2.15), com aritmética envolvendo variável real, diverge.

A Figura 2.3 representa um curva PV para uma barra genérica.

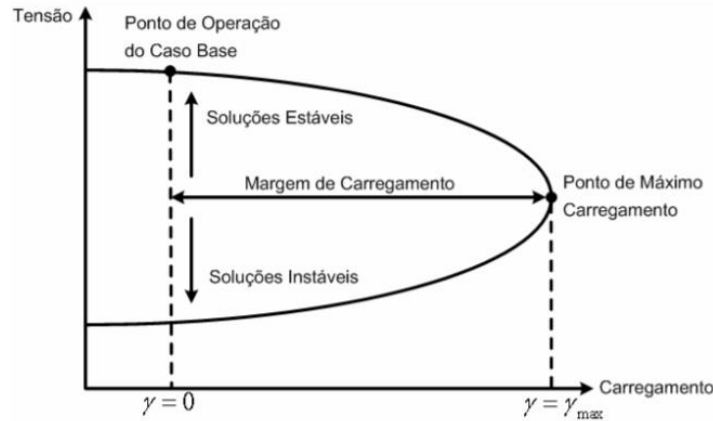


Figura 2.3 - Perfil de tensão em uma barra sujeita a um carregamento γ (Resende, 2007).

Na Figura 2.3, são ilustradas regiões de soluções estáveis e instáveis. As soluções estáveis são também chamadas de *High Voltage Solutions* (HV) e correspondem aos valores desejáveis para a tensão ao se calcular o fluxo de potência para cada carregamento. O ponto

de máximo carregamento representa o último valor para o qual o fluxo de potência converge. As soluções instáveis, ou *Low Voltage Solutions* (LV) satisfazem as PBEs, no entanto, não equivalem a pontos de operação estáveis e, assim, não são apropriadas como soluções aceitáveis para o cálculo do fluxo de potência. Este tipo de solução pode não ser facilmente detectável em sistemas com elevados carregamentos, principalmente quando se utiliza o método iterativo de Newton-Raphson para resolver o problema de fluxo de carga, já que a solução determinada por este método é sensível a uma estimativa inicial.

2.7 CONVERGÊNCIA EM MÉTODOS ITERATIVOS

Ainda que o método de Newton-Raphson seja considerado um dos métodos iterativos mais eficazes para o cálculo do fluxo de potência, há alguns casos em que as expectativas não são satisfeitas.

Primeiro, é necessário que se tenha uma estimativa inicial suficientemente próxima da solução desejada, o que em alguns casos não é um problema, já que as tensões nas barras de um SEP devem estar próximas de seus valores nominais em situações de operação estável. No entanto, não se sabe o quão próxima essa estimativa inicial precisa ser da solução esperada (Trias, 2012).

Como as PBEs são equações não-lineares, existem inúmeras soluções possíveis para o sistema. Nesses casos, uma estimativa inicial incorreta pode fazer com que um método iterativo convirja para uma solução instável (LV) ou até mesmo que não ocorra convergência (Trias, 2012). O problema no último caso, portanto, é saber se a divergência ocorreu devido a não existência de uma solução para o fluxo de potência em questão ou se por problemas relacionados ao método iterativo. Ou seja, métodos iterativos podem apresentar divergência, ainda que exista uma solução para o sistema de equações não-lineares (Subramanian, 2014).

Em sistemas elétricos de potência, em geral, problemas de convergência não acontecem nas condições de operação normal. Entretanto, em situações em que a operação está próxima do carregamento máximo, a probabilidade de divergência dos métodos iterativos aumenta (Subramanian, 2014).

2.8 CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Foram abordados neste capítulos os aspectos básicos para formulação do problema de fluxo de carga e uma proposta de método de solução, baseada no método tradicional de Newton-Raphson. O problema foi formulado considerando-se uma metodologia com representação polar dos fasores de tensão. A metodologia com base em notação retangular é preferida a partir do capítulo subsequente, tendo em vista as características do método de solução do problema que será apresentado.

Apresentou-se também o problema de carregamento nas barras, levando-se à discussão de levantamento da curva PV em uma barra e de suas características com relação a situações do ponto de operação (estável ou instável sob o ponto de vista de tensão).

No próximo capítulo, discute-se um método alternativo para solução do problema de fluxo de carga, o qual diferentemente do método de Newton-Raphson tem um aspecto recursivo ao invés de iterativo.

3 MÉTODO *HOLOMORPHIC EMBEDDING* APLICADO AO FLUXO DE POTÊNCIA

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, é introduzido o modelo *Holomorphic Embedding* (HE), que é baseado na análise de variáveis complexas e visa encontrar uma solução com característica recursiva (ao invés de iterativa).

O método é aplicado ao problema não-linear relativo ao fluxo de potência e são desenvolvidos modelos para as barras *slack*, PV e PQ. Desta forma, assegura-se que as equações que descrevem o fluxo de potência são holomórficas, o que é feito com a inclusão de um parâmetro complexo α .

Utiliza-se das propriedades analíticas das funções holomórficas para aproximar as variáveis em função α como séries de potências. Uma solução de referência (*germ solution*) é definida para $\alpha = 0$ e possibilita o cálculo dos coeficientes das séries de potência de forma recursiva. Por fim, a aproximação de Padé é utilizada com o objetivo de estender as séries encontradas para seu domínio máximo.

3.2 FUNÇÕES HOLOMÓRFICAS

A formulação do problema discutido neste capítulo requer a apresentação de algumas definições relativas a funções holomórficas.

Uma função holomórfica é uma função de variáveis complexas que é diferenciável em todos os pontos do seu domínio. No caso de funções complexas, o fato da função ser diferenciável, implica analiticidade, o que não é verdade para uma função no plano real (Subramanian, 2014). Funções analíticas têm a vantagem de possibilitarem o uso de teoremas e métodos aplicáveis apenas a esse tipo de função. Uma importante propriedade é que esse tipo de função pode ser escrita como uma série de Taylor. Em outras palavras, sua expansão em série de Taylor em torno de um ponto converge para o valor da função nesse ponto.

Existem funções de variáveis complexas que são totalmente analíticas, apresentando um raio infinito de convergência para a série de Taylor. Em contrapartida, há também funções não totalmente analíticas, que apresentam essa propriedade dentro de um domínio finito, o que resulta em uma convergência da série de Taylor apenas dentro de um raio finito pequeno, centrado em um ponto em que a função é complexa diferenciável.

No entanto, mesmo para esse último caso, técnicas de continuação analítica podem ser empregadas para estender o raio de convergência da série para valores maiores. A aproximação próxima à localização da diagonal da matriz de Padé (*near-diagonal Padé approximant*) possibilita encontrar a máxima continuação analítica para uma série de potências, ou seja, aumentar o raio de convergência da série de potências para um limite maior possível (Rao, et al., 2016).

Nas seções subsequentes, aplica-se a modelagem HEM ao problema de fluxo de carga. Este problema deve ser caracterizado para cada tipo de barra, uma vez que cada barra tem suas particularidades específicas. Este aspecto afeta a maneira como o problema é embutido (*embedded*).

3.3 MODELO PARA A BARRA DE CARGA

O ponto de partida para encontrar um modelo HE para uma barra de carga são as equações (2.9) e (2.12). Substituindo a última na primeira, encontra-se a representação observada na equação (3.1).

$$\sum_{j=0}^N Y_{ij} V_j = \frac{S_i^*}{V_i^*}, \forall i = 1, 2, \dots, N \in PQ \quad (3.1)$$

em que o número de barras é igual a $(N+1)$, e a barra slack é a barra 0.

Como visto anteriormente, a equação (3.1) descreve as PBEs necessárias para o cálculo das variáveis de estado V_j referentes à barra PQ. Em (3.1), é possível separar o termo do lado esquerdo Y_{ij} em duas partes: as impedâncias de ligação (ramos) entre a barra i e a barra j , daquelas resultantes da ligação entre a barra i e a referência do sistema ($Y_{i,sh}$). Desta forma, considera-se elementos de uma matriz de ligação de ramos ($Y_{ij,tr}$) e uma matriz diagonal de ligações com elementos shunts $Y_{i,sh}$. Assim, desmembra-se $\sum_{j=0}^N Y_{ij} V_j = Y_{i,sh} V_i +$

$\sum_{j=0}^N Y_{ij,tr} V_j$. Utilizar-se-á, conseqüentemente, os termos $Y_{ij,tr}$ e $Y_{i,sh}$ ao invés do termo da matriz Ybus original, Y_{ij} .

É possível tornar a equação (3.1) holomórfica a partir da inclusão do parâmetro complexo α . Nesta abordagem, transfere-se o termo $Y_{i,sh} V_i$ para o lado direito da equação [ver por exemplo, (Subramanian, 2014)]. Neste sentido, determina-se a equação (3.2). Este modelo, portanto, descreve o modelo HE para a barra de carga (Li, 2015). Nota-se que é utilizado o termo $V_i^*(\alpha^*)$ em vez de $V_i^*(\alpha)$, a fim de satisfazer as equações de Cauchy-Riemann (Trias, 2012).

$$\sum_{j=0}^N Y_{ij,tr} V_j(\alpha) = \frac{\alpha S_i^*}{V_i^*(\alpha^*)} - \alpha Y_{i,sh} V_i(\alpha), \forall i \in PQ \quad (3.2)$$

Existem diversas formas de tornar uma função holomórfica. Foi escolhida uma maneira para qual se $\alpha = 1$ a equação (3.1) é recuperada a partir de (3.2), resultando na solução HV do sistema (Subramanian, 2014).

Uma vez que as tensões se tornaram funções holomórficas a partir de (3.2), podem ser escritas pelas suas respectivas expansões em séries de Taylor em torno de um ponto. Escolhendo esse ponto como $\alpha = 0$, o resultado é uma série de Maclaurin, que é descrita nas equações (3.3) e (3.4) para $V(\alpha)$ e $V^*(\alpha^*)$, respectivamente.

$$V(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} V[n](\alpha)^n \quad (3.3)$$

$$V^*(\alpha^*) = V^*[0] + V^*[1]\alpha^* + \dots + V^*[n](\alpha^*)^n \quad (3.4)$$

Fazendo a substituição das tensões em (3.2) pelas séries de potência em (3.3) e (3.4), resulta na equação (3.5).

$$\sum_{j=0}^N Y_{ij,tr} (V_j[0] + V_j[1]\alpha + V_j[2]\alpha^2 + \dots + V_j[n]\alpha^n) = \frac{\alpha S_i^*}{(V_i^*[0] + V_i^*[1]\alpha + V_i^*[2]\alpha^2 + \dots + V_i^*[n]\alpha^n)} - \alpha Y_{i,sh} (V_i[0] + V_i[1]\alpha + V_i[2]\alpha^2 + \dots + V_i[n]\alpha^n) \quad (3.5)$$

Nessa nova situação, para solucionar o problema do fluxo de potência, é necessário encontrar os coeficientes das séries que satisfazem a equação (3.5). Uma estratégia que pode ser utilizada é definir o inverso de $V(\alpha)$ como uma série $W(\alpha)$, da mesma maneira que foi feito em (Subramanian, 2014). Esse procedimento é realizado em (3.6). Então, a substituição de (3.6) em (3.5) resulta na equação (3.7)

$$W(\alpha) = \frac{1}{V(\alpha)} = W[0] + W[1]\alpha + W[2]\alpha^2 + \dots + W[n]\alpha^n \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^N Y_{ij,tr} (V_j[0] + V_j[1]\alpha + V_j[2]\alpha^2 + \dots + V_j[n]\alpha^n) \\ &= \alpha S_i^* (W_i^*[0] + W_i^*[1]\alpha + W_i^*[2]\alpha^2 + \dots + W_i^*[n]\alpha^n) \\ & - \alpha Y_{i,sh} (V_i[0] + V_i[1]\alpha + V_i[2]\alpha^2 + \dots + V_i[n]\alpha^n) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Por consequência de (3.6), $W(\alpha) \times V(\alpha) = 1$, de forma que essa equação também pode ser escrita como

$$(W[0] + W[1]\alpha + W[2]\alpha^2 + \dots + W[n]\alpha^n) \times (V[0] + V[1]\alpha + V[2]\alpha^2 + \dots + V[n]\alpha^n) = 1 \quad (3.8)$$

É possível resolver a equação (3.8) multiplicando as séries de potência termo a termo e, então, igualando os coeficientes de mesma potência, de forma que os coeficientes de $W(\alpha)$ sejam encontrados a partir dos coeficientes de $V(\alpha)$, o que pode ser visualizado na equação (3.9).

$$\begin{cases} W[0]V[0] = 1 \\ W[0]V[1] + W[1]V[0] = 0 \\ W[0]V[2] + W[1]V[1] + W[2]V[0] = 0 \\ \vdots \end{cases} \quad (3.9)$$

Assim, encontra-se o n -ésimo coeficiente da série $W(\alpha)$ para qualquer $n \geq 1$ utilizando a equação (3.10).

$$W[\alpha] = \frac{\sum_{j=0}^{n-1} W[j]V[n-j]}{V[0]}, n \geq 1. \quad (3.10)$$

Semelhantemente ao que foi feito para equação (3.8), equacionando os coeficientes de mesma potência na equação (3.7), resulta na equação (3.11), que possibilita o cálculo dos coeficientes da série de tensão para uma barra PQ.

$$\sum_{j=0}^N Y_{ik,tr} V_j[n] = S_i^* W_i^*[n-1] - Y_{i,sh} V_i[n-1] \quad (3.11)$$

3.4 MODELO PARA A BARRA DE GERAÇÃO

A maior diferença do modelo HE para uma barra geradora em relação ao caso anterior se deve ao fato da potência reativa ser uma variável desconhecida. Por isso, é necessário que a potência complexa em (3.1) tenha suas partes real e imaginária separadas, de forma que as potências ativa e reativa estejam explícitas na equação. Assim, ao separar os termos referentes à matriz admitância e incluir o parâmetro α , obtém-se (3.12) (Subramanian, 2014).

$$\sum_{j=0}^N Y_{ij,tr} V_j(\alpha) = \frac{\alpha P_i - j Q_i(\alpha)}{V_i^*(\alpha^*)} - \alpha Y_{i,sh} V_i(\alpha), \forall i \in PV \quad (3.12)$$

No entanto, o valor da potência reativa é limitada e, portanto, $Q_i(s)$ não pode assumir qualquer valor arbitrário. Para impedir que isso ocorra, é incluída uma restrição para o valor do módulo da tensão na barra, representada por (3.13).

$$V_i(\alpha) V_i^*(\alpha^*) = 1 + (|V_i^{sp}| - 1)\alpha, \forall i \in PV \quad (3.13)$$

As equações (3.12) e (3.13), então, caracterizam o modelo HE para a equação de balanço de potência da barra geradora.

Repetindo a metodologia utilizada para a barra de carga, troca-se as tensões $V_j(\alpha)$, $V_i(\alpha)$ e $V_i^*(\alpha^*)$ e a potência $Q_i(\alpha)$ na equação (3.13) por suas respectivas séries de Maclaurin, de forma a se obter a equação apresentada em (3.14).

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^N Y_{ij,tr} (V_j[0] + V_j[1]\alpha + V_j[2]\alpha^2 + \dots + V_j[n]\alpha^n) = \\ \frac{\alpha P_i - j(Q_i[0] + Q_i[1]\alpha + Q_i[2]\alpha^2 + \dots + Q_i[n]\alpha^n)}{V_i^*[0] + V_i^*[1]\alpha + V_i^*[2]\alpha^2 + \dots + V_i^*[n]\alpha^n} - \alpha Y_{i,sh} (V_i[0] + V_i[1]\alpha + V_i[2]\alpha^2 + \dots + V_i[n]\alpha^n) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Utilizando (3.6) e encontrando os coeficientes de $W(s)$ a partir da equação (3.10), a equação (3.14) se torna (3.15).

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^N Y_{ij,tr} (V_j[0] + V_j[1]\alpha + V_j[2]\alpha^2 + \dots + V_j[n]\alpha^n) = (\alpha P_i - j(Q_i[0] + Q_i[1]\alpha + \\ + Q_i[2]\alpha^2 + \dots + Q_i[n]\alpha^n))(W_i^*[0] + W_i^*[1]\alpha + W_i^*[2]\alpha^2 + \dots + W_i^*[n]\alpha^n) - \\ - \alpha Y_{i,sh} (V_i[0] + V_i[1]\alpha + V_i[2]\alpha^2 + \dots + V_i[n]\alpha^n) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Os coeficientes de mesma potência dos dois lados da equação (3.15) são equacionados até que por fim, em (3.16) tem-se a equação geral para uma barra geradora após a aplicação do modelo HE.

$$\sum_{j=1}^N Y_{ij,tr} V_j[n] = P_i W_i^*[n-1] - j(\sum_{k=1}^{n-1} Q_i[k] W_i^*[n-k]) - jQ_i[n] - Y_{i,sh} V_i[n-1], \forall i \in PV \quad (3.16)$$

Observando (3.16), nota-se que o fato de V_i e Q_i serem variáveis desconhecidas impede que a equação seja avaliada de forma direta. Então, é necessário incluir outra equação no sistema. Utiliza-se (3.13), que é representada a partir da expansão em série de potências da tensão, resultando em (3.17) (Li, 2015):

$$(V_i[0] + V_i[1]\alpha + V_i[2]\alpha^2 + \dots + V_i[n]\alpha^n)(V_i^*[0] + V_i^*[1]\alpha + V_i^*[2]\alpha^2 + \dots + V_i^*[n]\alpha^n) = 1 + (|V_i^{sp}| - 1)\alpha \quad (3.17)$$

Fazendo o equacionamento de (3.17), é possível encontrar os coeficientes a partir de (3.18), fazendo $V_i[0] = 1$, resultando em (3.19).

$$\begin{cases} V_i[0]V_i^*[0] = 1 \\ V_i[0]V_i^*[1] + V_i[1]V_i^*[0] = |V_i^{sp}| - 1 \\ \sum_{k=0}^n V_i[k]V_i^*[n-k] = 0, n = 2,3,4, \dots \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\begin{cases} V_i^*[0] = 1 \\ V_i^*[1] + V_i[1] = 2V_{i,re}[1] = |V_i^{sp}| - 1 \\ V_i[0]V_i^*[n] + V_i[n]V_i^*[0] = 2V_{i,re}[n] = -\sum_{k=1}^{n-1} V_i[k]V_i^*[n-k], n = 2,3,4 \dots \end{cases} \quad (3.19)$$

Assim, para determinar o valor de $V_{i,re}[n]$, utiliza-se a notação na forma de delta de Kronecker em (3.20).

$$\delta_{ni} = \begin{cases} 1, & n = i \\ 0, & n \neq i \end{cases} \quad (3.20)$$

Por fim, tem-se na equação a representação para a parte real dos coeficientes de uma série de potência que converge para a tensão em uma barra do tipo PV.

$$V_{i,re}[n] = \delta_{n0} + \delta_{n1} \frac{(V_i^{sp})^2 - 1}{2} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} V_i[k]V_i^*[n-k], \forall i \in PV \quad (3.21)$$

3.5 MODELO PARA A BARRA *SLACK*

Sabendo que a tensão nesse tipo de barra é fixada, a sua PBE pode ser definida pela equação (3.22), em que V_i^{sp} é a tensão especificada.

$$V_i = V_i^{sp}, \forall i \in slack \quad (3.22)$$

Aplicando o operador complexo α em (3.22), resulta em um modelo HE para a barra *slack*.

$$V_i(\alpha) = 1 + (V_i^{sp} - 1)\alpha, \forall i \in slack \quad (3.23)$$

Partindo de (3.2), é possível escrever a série de potências para barra *slack* como na equação (3.24) (Santos Junior, et al., 2017), de forma que em $\alpha = 1$, $V_i[1] = V_i^{sp}$.

$$V_i[n] = \delta_{n0} + \delta_{n1}(V_i^{sp} - 1) \quad (3.24)$$

3.6 REPRESENTAÇÃO MATRICIAL DOS COEFICIENTES

Até o momento, foram encontrados modelos para a solução do fluxo de potência pelo método HE para os três tipos de barra presentes no sistema elétrico. O objetivo aqui é compactar esses modelos em uma única representação matricial. Para isso, considera-se o sistema de três barras da Figura 3.1, contendo uma barra *slack*, uma PV e outra PQ, como pode ser observado.

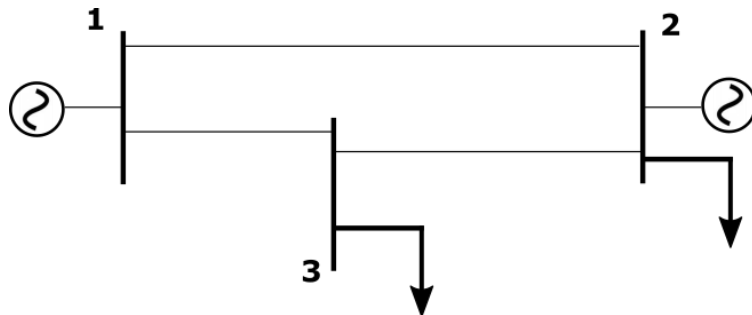


Figura 3.1 – Diagrama unifilar de um sistema de 3 barras.

Inicialmente, a matriz admitância presente nas equações (3.11) e (3.16), é separada em parte real e imaginária, $Y_{ij,tr} = G_{ij} + jB_{ij}$, sendo G_{ij} a condutância e B_{ij} a susceptância entre

as barras i e j , como em (Li, 2015). O termo desconhecido $Q_i[n]$ em (3.16) é transferido para o lado esquerdo da equação. Feito isso, as equações (3.11), (3.16) e (3.24) podem ser representadas matricialmente como em (3.25)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_{21} & -B_{21} & 0 & -B_{22} & G_{23} & -B_{23} \\ B_{21} & G_{21} & 1 & G_{22} & B_{23} & G_{23} \\ G_{31} & -B_{31} & 0 & -B_{32} & G_{33} & -B_{33} \\ B_{31} & G_{31} & 0 & G_{32} & B_{33} & G_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1re}[n] \\ V_{1im}[n] \\ Q_2[n] \\ V_{2im}[n] \\ V_{3re}[n] \\ V_{3im}[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{n0} + \delta_{n1}(V_i^{sp} - 1) \\ 0 \\ Re\{P_2 W_2^*[n-1] - j(\sum_{k=1}^{n-1} Q_2[k] W_2^*[n-k]) - Y_{2,sh} V_2[n-1]\} \\ Im\{P_2 W_2^*[n-1] - j(\sum_{k=1}^{n-1} Q_2[k] W_2^*[n-k]) - Y_{2,sh} V_2[n-1]\} \\ Re\{S_3^* W_3^*[n-1] - Y_{3,sh} V_3[n-1]\} \\ Im\{S_3^* W_3^*[n-1] - Y_{3,sh} V_3[n-1]\} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G_{22} \\ B_{22} \\ G_{32} \\ B_{32} \end{bmatrix} V_{2,re}[n] \quad (3.25)$$

3.7 GERM SOLUTION

A *Germ Solution* para um sistema de $N+1$ barras é encontrada fazendo $\alpha = 0$ nas equações (3.2), (3.12), (3.13) e (3.23). Nessa situação, a série de potência para as variáveis que dependem de α é composta apenas pelo termo constante, de forma que as equações para as barras se tornam (3.26), (3.27), (3.28) e (3.29) (Li, 2015).

$$\sum_{j=0}^N Y_{ij,tr} V_j[0] = 0, \forall i \in PQ \quad (3.26)$$

$$\sum_{j=0}^N Y_{ij,tr} V_j[0] = -jQ_i[0]W_i^*[0], \forall i \in PV \quad (3.27)$$

$$V_i[0]V_i^*[0] = 1, i \in PV \quad (3.28)$$

$$V_i[0] = 1, i \in slack \quad (3.29)$$

Definindo que a tensão em todas as barras é 1, as igualdades em (3.26) e (3.28) são satisfeitas, já que para $V_j[0]$ constante, o somatório $\sum_{j=0}^N Y_{ij,tr} V_j[0]$ é nulo. Entretanto (3.27) ainda apresenta um coeficiente remanescente, como em (3.30) (Subramanian, 2014).

$$0 = -\frac{jQ_i[0]}{1}, \forall i \in PV \quad (3.30)$$

Para que a igualdade em (3.30) seja verdadeira, $Q_i[0] = 0$. Por consequência, a *Germ Solution* é representada pelos coeficientes em (3.31) e equivale a uma situação em que não há carga nem geração (exceto a geração proveniente da barra *slack*) no sistema (Li, 2015).

$$\begin{cases} V_i[0] = 1, i \in PV \cup PQ \cup slack \\ W_i^*[0] = 1, i \in PQ, PV \\ Q_i[0] = 0, i \in PV \end{cases} \quad (3.31)$$

3.8 APROXIMAÇÃO DE PADÉ

Ao resolver as equações (3.2), (3.12), (3.13) e (3.23) para um sistema de $N + 1$ barras da forma como sugerido nos tópicos anteriores, dois problemas são encontrados. O primeiro trata de determinar a quantidade de termos necessária para alcançar a solução correta em $\alpha = 1$. O segundo diz respeito à convergência das séries de tensão: se o raio de convergência é inferior a 1, o que geralmente é verdade, a tensão não converge para o valor desejado. Então, não é suficiente fazer $\alpha = 1$ nas equações para encontrar a solução do problema do fluxo de potência (Trias, 2012).

Visando resolver essa situação, existem alguns métodos que podem ser utilizados para aumentar o raio de convergência da função. A aproximação diagonal da matriz de Padé (*diagonal Padé approximant*) foi o método escolhido. Esse método, além de, em geral, não precisar de muitos termos para alcançar uma boa precisão para a convergência da série de potência, também possibilita o alcance da máxima continuação analítica para uma função (Trias, 2012) (Santos Junior, et al., 2017).

O método *near-diagonal* ou *diagonal Padé approximant* consiste em igualar uma série de potências a uma fração racional, como aquela apresentada em (3.32). Essa fração apresenta adequada convergência para a solução esperada quando se faz o grau do polinômio no numerador igual ao grau do polinômio no denominador, ou quando o módulo da diferença entre os dois for no máximo 1. Essas condições estão descritas, matematicamente, em (3.33).

A avaliação do método pode ser realizada igualando a série de potências em (3.3) à equação (3.32), o que resulta em (3.33).

$$[L/M]_{\alpha} = \frac{a[0] + a[1]\alpha + \dots + a[L]\alpha^L}{b[0] + b[1]\alpha + \dots + b[M]\alpha^M} \quad (3.32)$$

$$\begin{cases} |L - M| = 1 \text{ ou} \\ L = M \text{ (diagonal)} \end{cases} \quad (3.33)$$

Os coeficientes $V(\alpha)$ são calculados a partir de (3.34), de forma que há $L + M$ coeficientes de valor conhecido do lado esquerdo dessa equação, enquanto os $L + M + 2$ coeficientes presentes do lado direito da equação são desconhecidos. Então, com o intuito de encontrar esses coeficientes, escolhe-se uma das variáveis como sendo uma variável livre. É escolhido $b[0] = 1$ (Subramanian, 2014).

$$V(\alpha) = V[0] + V[1]\alpha + \dots + V[L + M](\alpha)^{L+M} = \frac{a[0] + a[1]\alpha + \dots + a[L]\alpha^L}{b[0] + b[1]\alpha + \dots + b[M]\alpha^M} \quad (3.34)$$

Multiplicando os dois lados de (3.34) pelo polinômio $b(\alpha)$, obtém-se a equação (3.35). Pelo equacionando dos coeficientes de $L + 1$ a $L + M$, o resultado é a equação (3.36).

$$(b[0] + b[1]\alpha + \dots + b[M]\alpha^M)(V[0] + V[1]\alpha + \dots + V[L + M](\alpha)^{L+M}) = a[0] + a[1]\alpha + \dots + a[L]\alpha^L \quad (3.35)$$

$$\begin{cases} b[M]V[L - M + 1] + b[M - 1]V[L - M + 2] + \dots + b[1]V[L] + b[0]V[L + 1] = 0 \\ b[M]V[L - M + 2] + b[M - 1]V[L - M + 3] + \dots + b[1]V[L + 1] + b[0]V[L + 2] = 0 \\ \vdots \\ b[M]V[L] + b[M - 1]V[L + 1] + \dots + b[1]V[L + M - 1] + b[0]V[L + M] = 0 \end{cases} \quad (3.36)$$

Esse sistema é equivalente à matriz apresentada na equação (3.37) (Subramanian, 2014).

$$\begin{bmatrix} V[L - M + 1] & V[L - M + 2] & \dots & V[L] \\ V[L - M + 2] & V[L - M + 3] & \dots & V[L + 1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b[M]V[L] & V[L + 1] & \dots & V[L + M - 1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b[M] \\ b[M - 1] \\ \vdots \\ b[1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V[L + 1] \\ V[L + 2] \\ \vdots \\ V[L + M] \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$\begin{cases} V[0] = a[0] \\ V[1]b[0] + V[0]b[1] = a[1] \\ V[2]b[0] + V[1]b[1] + V[0]b[2] = a[2] \\ \vdots \\ \sum_{k=0}^L V[k]b[L - k] = a[L] \end{cases} \quad (3.38)$$

Em (3.37) encontram-se os coeficientes de $b(\alpha)$ e, a partir de (3.38) são obtidos os coeficientes de $a(\alpha)$. Ainda que seja possível determinar os coeficientes para qualquer grau para os polinômios em (3.32), o caso estudado aqui é o da aproximação pela diagonal, ou seja, a relação entre os polinômios deve satisfazer (3.33).

3.9 CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Neste capítulo, apresentou-se a formulação do problema baseado no modelo HE para as equações do fluxo de carga. Foram também determinados sistemas lineares para determinação dos coeficientes de tensão das tensões nas barras PQ e PV. Para entendimento do problema, apresentou-se a descrição baseada em uma rede elétrica de três barras.

Ao final do capítulo, foi demonstrado como obter aproximações de Padé, visando obter a tensão final da rede elétrica na situação em que o parâmetro α assume valor unitário. Nesta situação, a solução do PBE é obtida.

No próximo capítulo, são utilizadas aplicações visando demonstrar a eficácia do método apresentado no presente capítulo.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, o método *Holomorphic Embedded Load-flow Model* (HELM) é aplicado para o cálculo do fluxo de potência. O método é usado para diferentes sistemas e seus resultados são comparados com aqueles obtidos pelo método de Newton-Raphson. O método de Newton-Raphson é a técnica de solução utilizada no aplicativo Matpower, que é a ferramenta usada neste trabalho como referência para comparação de resultados. São considerados casos para condições normais de operação e situações em que há aumento no carregamento das barras para verificação da variação da tensão com o carregamento.

O ambiente computacional MATLAB® (Matrix Laboratory) foi o utilizado como ferramenta para realizar as simulações.

O Matpower é um pacote compatível desenvolvido em ambiente MATLAB que possibilita o cálculo do fluxo de potência de forma facilitada (Zimmerman, et al., 2011). As simulações foram realizadas utilizando o código em MATLAB desenvolvido por (Santos Junior, et al., 2017) que permite o cálculo das variáveis que são compatíveis com a entrada e saída de dados do Matpower.

4.2 APLICAÇÃO DO MÉTODO *HOLOMORPHIC EMBEDDING* PARA UM SISTEMA DE TRÊS BARRAS

Com o objetivo de exemplificar o método HELM, foi utilizado o sistema de 3 barras da Figura 3.1. Os dados de suas linhas de transmissão e barras foram obtidos a partir de adaptação do caso de 4 barras apresentado em (Subramanian, et al., 2013) e são exibidos, respectivamente, nas Tabela 4.1 e Tabela 4.2. Nestes dados, R , X e Y_{sh} são, respectivamente, a resistência, a reatância e a susceptância *shunt*; P_L , Q_L são as potências ativa e reativa absorvidas na barra (carga), enquanto P_G , Q_G são as potências ativa e reativa geradas na barra (geração). V_{sp} é a tensão especificada em uma barra PV (geração).

Tabela 4.1 – Especificações dos dados de linhas de transmissão.

Ligação Entre barras	R (pu)	X (pu)	$Y_{sh}/2$ (pu)
1-2	0,01008	0,0504	0,05125
1-3	0,00744	0,0372	0,03875
2-3	0,01272	0,0636	0,06375

Tabela 4.2 – Especificações dos dados de barra.

Barra	Carga		Geração		Vsp (pu)
	P_L (MW)	Q_L (MVar)	P_G (MW)	Q_G (MVar)	
1	0	0	-	-	1,00
2	80	50	50	-	1,00
3	200	124	0	0	-

O problema do fluxo de potência com base na metodologia HELM e para o sistema com os dados das Tabelas 4.1 e 4.2 pode ser resolvido a partir da equação (3.25), como em (4.1). Os coeficientes para $n = 0$, como já dito, podem ser encontrados a partir da *Germ Solution*. Já os demais coeficientes, em um termo n genérico, são avaliados por (4.1), uma vez que sejam conhecidas as grandezas em $n-1$ e as componentes reais de tensão em n nas barras PV. Estas componentes de tensão, portanto, devem ser calculadas inicialmente, como descrito na Seção 3.4. A Tabela 4.3 apresenta os coeficientes calculados para as séries de potências das variáveis desconhecidas presentes em (4.1).

Tabela 4.3 – Coeficientes das séries de potências resultantes para as variáveis de estado desconhecidas.

Grau de s	0	1	2	3	4	5	6
V_{1re}	1,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
V_{1im}	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
V_{2re}	1,00E+00	0,00E+00	-6,61E-04	-2,88E-05	-3,20E-06	-3,67E-07	-4,89E-08
V_{2im}	0,00E+00	-3,64E-02	-7,92E-04	-7,34E-05	-7,97E-06	-1,03E-06	-1,42E-07
V_{3re}	1,00E+00	-3,60E-02	-3,99E-03	-2,60E-04	-3,12E-05	-4,03E-06	-5,69E-07

V_{3im}	0,00E+00	-5,49E-02	2,27E-04	2,55E-05	2,30E-06	2,90E-07	3,88E-08
Q_2	-1,49E-15	5,15E-01	5,52E-02	4,21E-03	5,05E-04	6,55E-05	9,27E-06

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-3,8156 & -19,0781 & 0 & 34,1967 & -3,0237 & -15,1185 \\
19,0781 & -3,8156 & 1 & 6,8393 & 15,1185 & -3,0237 \\
-51698 & -25,8478 & 0 & -15,1185 & 8,1933 & 40,9663 \\
25,8478 & -5,1698 & 0 & -3,0237 & -40,9663 & 8,1933
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
V_{1re}[n] \\
V_{1im}[n] \\
Q_2[n] \\
V_{2im}[n] \\
V_{3re}[n] \\
V_{3im}[n]
\end{bmatrix} =
\begin{bmatrix}
\delta_{n0} \\
0 \\
Re\{P_2 W_2^*[n-1] - j(\sum_{k=1}^{n-1} Q_2[k] W_2^*[n-k]) - Y_{2,sh} V_2[n-1]\} \\
Im\{P_2 W_2^*[n-1] - j(\sum_{k=1}^{n-1} Q_2[k] W_2^*[n-k]) - Y_{2,sh} V_2[n-1]\} \\
Re\{S_3^* W_3^*[n-1] - Y_{3,sh} V_3[n-1]\} \\
Im\{S_3^* W_3^*[n-1] - Y_{3,sh} V_3[n-1]\}
\end{bmatrix} -
\begin{bmatrix}
0 \\
0 \\
6,8393 \\
-34,1967 \\
-3,0237 \\
15,1185
\end{bmatrix} V_{2,re}[n], n = 1, 2, \dots \quad (4.1)$$

Uma vez obtidos os coeficientes, as séries resultantes para as tensões nas barras e potência reativa na barra 2 são aproximadas utilizando a equação (3.34), resultando em uma divisão de polinômios. Como para cada variável são obtidos 6 coeficientes, $L = M = 3$ para a aproximação diagonal de Padé. Os coeficientes dos polinômios são, então, encontrados por (3.37) e (3.38). Por fim, a solução para cada variável pode ser avaliada em $\alpha = 1$. A Tabela 4.4 apresenta os resultados para o sistema de 3 barras.

Tabela 4.4 – Tensões e potências ativas e reativas para o sistema de 3 barras.

Número da barra	Tensão		Geração		Carga	
	Magnitude	Fase (graus)	P (MW)	Q(MVAr)	P(MW)	Q(MVAr)
1	1	0	233,49	53,95	-	-
2	1	-2,134	50	107,5	80	50
3	0,961	-3,261	-	-	200	124

As tensões tem módulo fixo para as barras 1 e 2, como era esperado. A barra *slack*, junto com a barra PV, fornecem potência suficiente para alimentar as cargas. A diferença entre as potências geradas e a potência consumida nas cargas correspondem às perdas nas linhas.

4.3 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS HELM E NEWTON-RAPHSON EM CONDIÇÕES NORMAIS DE OPERAÇÃO

Visando avaliar o desempenho do método HELM, foram realizadas simulações considerando quatro sistemas distintos. Esses sistemas, em sua maioria, são *benchmarks* propostos pelo IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) com o objetivo de se obter sistemas de referência para que os métodos de cálculo (fluxo de potência) possam ser comparados e seus desempenhos analisados.

Os sistemas utilizados para realizar as simulação são 14, 30 e 57 barras. Um sistema de 4 barras também foi testado, como proposto por (Subramanian, 2014). Os sistemas de 14, 30 e 57 barras são os modelos propostos pelo IEEE sem alterações.

4.3.1 DESCRIÇÃO DOS SISTEMAS

1. Sistema de 4 barras

Esse sistema é composto por uma barra do tipo *slack*, duas barras de carga e uma barra de geração. O diagrama unifilar desse sistema pode ser observado na Figura 4.1.

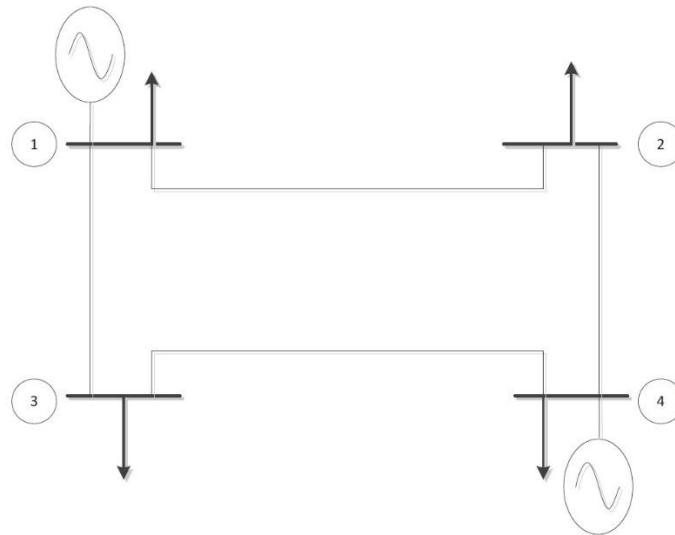


Figura 4.1 – Representação unifilar de um sistema trifásico de 4 barras (Subramanian, et al., 2013)(Adaptado).

2. Sistemas de 14, 30 e 57 barras.

Os casos dos sistemas de 14, 30 e 57 barras configuram partes de sistemas equivalentes de áreas elétricas dos Estados Unidos. As linhas de transmissão não apresentam limites físicos. Os sistemas de 14 e 30 barras são representados, respectivamente, pelas Figuras 4.2 e 4.3.

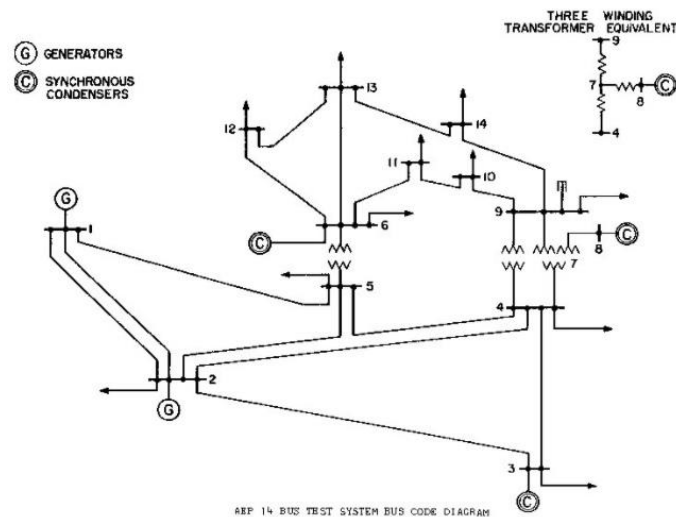


Figura 4.2 - Representação unifilar de um sistema trifásico de 14 barras (University of Washington, 1993).

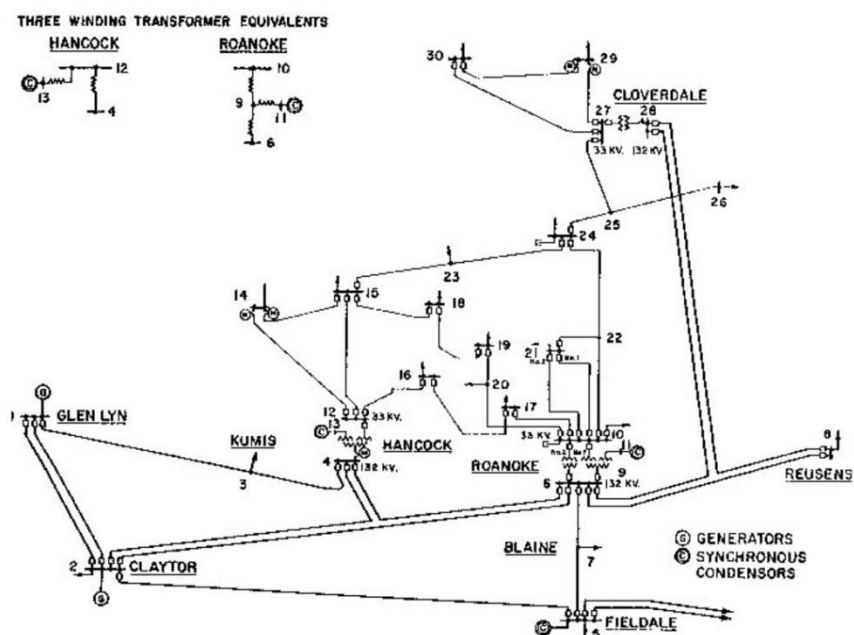


Figura 4.3 - Representação unifilar de um sistema trifásico de 30 barras (University of Washington, 1993).

4.3.2 TESTES E RESULTADOS OBTIDOS

Para os sistemas descritos anteriormente, foram realizadas simulações utilizando o método de Newton-Raphson e o HELM com o objetivo de comparar a performance de ambos. Os resultados são ilustrados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Resultados para a simulação de diferentes sistemas.

Número de barras do sistema	NR		HELM			
	Número de iterações	Tempo de convergência (s)	Número de termos (n)	Ordem de Padé	Tempo de convergência (s)	Erro norma infinita
4	3	0,02	7	3/3	0,12	4,77E-09
14	2	0,02	9	4/4	0,16	4,21E-09
30	2	0,01	9	4/4	0,14	1,41E-08
57	3	0,01	11	5/5	0,23	3,38E-09

Pela análise da Tabela 4.5, percebe-se que, conforme o tamanho do sistema aumenta não há aumento no número de iterações requeridas para a convergência do método de Newton-

Raphson. Mas, com relação aos termos das séries de potência do método HELM, são necessários mais termos para que haja convergência à precisão requerida.

O erro da norma infinita pode ser caracterizado como a máxima diferença $|V_{i,NR} - V_{i,HELM}|$, sendo $V_{i,NR}$ e $V_{i,HELM}$ o resultado da tensão na barra i para os métodos de Newton-Raphson e HELM, respectivamente.

Os resultados na Tabela 4.5 mostram que para os casos estudados os dois métodos são eficazes, já que ambos convergem rapidamente. Além disso, os erros da norma infinita são desprezíveis e, por consequência, pode-se afirmar que os dois métodos convergem para os mesmos resultados.

4.4 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS HELM E NEWTON-RAPHSON PARA UM SISTEMA COM CARREGAMENTO VARIÁVEL

Nesta seção, são analisados os casos de 4 e 14 barras, previamente descritos, considerando que exista um aumento no carregamento dos sistemas. Para a inclusão do carregamento nas simulações, as potências de carga e geração de potência ativa são aumentadas em p vezes, sendo $p = (1 + \gamma)$ e $\gamma \geq 0$, o fator de carregamento.

A Tabela 4.6 apresenta os resultados das tensões nas barras de carga do sistema de 4 barras para diferentes valores de carregamento. Os resultados na Tabela 4.7 são correspondentes a apenas uma barra de carga do sistema de 14 barras, também considerando aumentos consecutivos no fator de carregamento.

Tabela 4.6 – Resultados para um sistema de 4 barras com carregamento.

γ	NR			HELM				
	Nº de iterações	Tensão		Tensão		Nº de termos (n)	Ordem de Padé	Erro norma infinita
		V2	V3	V2	V3			
0,00	3	0,982	0,969	0,982	0,969	7	3/3	4,77E-09
0,50	4	0,966	0,947	0,966	0,947	8	4/4	1,03E-07
1,00	4	0,948	0,922	0,948	0,922	10	5/5	1,60E-08
1,50	4	0,929	0,895	0,929	0,895	12	6/6	6,87E-09
2,00	4	0,908	0,865	0,908	0,865	15	7/7	9,18E-10
2,50	4	0,886	0,832	0,886	0,832	19	9/9	4,87E-10
3,00	5	0,862	0,792	0,862	0,792	21	10/10	6,52E-10

3,50	5	0,836	0,744	0,836	0,744	21	10/10	7,00E-08
4,00	6	0,806	0,676	0,806	0,676	21	10/10	5,41E-05
4,30	7	0,786	0,599	0,786	0,602	21	10/10	
4,35	8	0,783	0,564	0,783	0,578	21	10/10	1,58E-02
4,50	-	-	-	0,782	0,034	21	10/10	-
4,60	-	-	-	0,767	0,665	21	10/10	-

A partir dos resultados visualizados, é possível notar que, para o método de Newton-Raphson, ocorre um acréscimo no número de iterações devido ao aumento no carregamento. O número de iterações aumenta até que a convergência não seja mais possível, o que ocorre para um carregamento acima de 4,35 para o caso de 4 barras e acima de 3,1 para o sistema de 14 barras.

Tabela 4.7 – Resultados para um sistema de 14 barras com carregamento.

γ	NR		HELM			
	Nº de iterações	V4	V4	Nº de termos (n)	Ordem de Padé	Erro norma infinita
0,000	2	1,018	1,018	9	4/4	4,21E-09
0,250	3	1,010	1,010	10	5/5	3,77E-08
0,500	3	1,002	1,002	11	5/5	5,89E-09
0,750	4	0,992	0,992	12	6/6	4,12E-08
1,000	4	0,982	0,982	13	6/6	1,19E-08
1,250	4	0,970	0,970	15	7/7	5,31E-09
1,500	4	0,956	0,956	18	9/9	3,73E-09
1,750	4	0,940	0,940	21	10/10	3,41E-10
2,000	5	0,922	0,922	21	10/10	7,48E-09
2,250	5	0,900	0,900	21	10/10	1,18E-07
2,375	5	0,888	0,888	21	10/10	4,88E-07
2,500	5	0,873	0,873	21	10/10	2,13E-06
2,625	5	0,857	0,857	21	10/10	1,00E-05
2,750	5	0,838	0,838	21	10/10	5,35E-05
2,875	6	0,813	0,813	21	10/10	3,53E-04
3,000	6	0,779	0,780	21	10/10	3,60E-03
3,025	6	0,770	0,771	21	10/10	6,50E-03
3,050	7	0,758	0,761	21	10/10	1,24E-02
3,100	10	0,709	0,735	21	10/10	1,15E-01
3,200	-	-	0,587	21	10/10	-
3,500	-	-	0,667	21	10/10	-

No método HELM, por sua vez, o número de termos das séries de potência, necessários para uma convergência precisa do resultado, também aumenta com o crescimento do carregamento. No entanto, a partir de um determinado valor de carregamento, esse número de termos passa a ser constante, o que ocorre para $\gamma = 3$ para o sistema de 4 barras e para $\gamma = 2$ no caso de 14 barras.

Em relação ao módulo da tensão nas barras, para ambos os casos, a tensão diminui com o aumento no carregamento. Os valores resultantes da convergência dos métodos de Newton-Raphson e de HELM são, inicialmente, iguais. No entanto, conforme o carregamento nas barras cresce, a diferença entre os módulos das tensões aumenta, o que também é visualizado pelo aumento do erro de norma infinita.

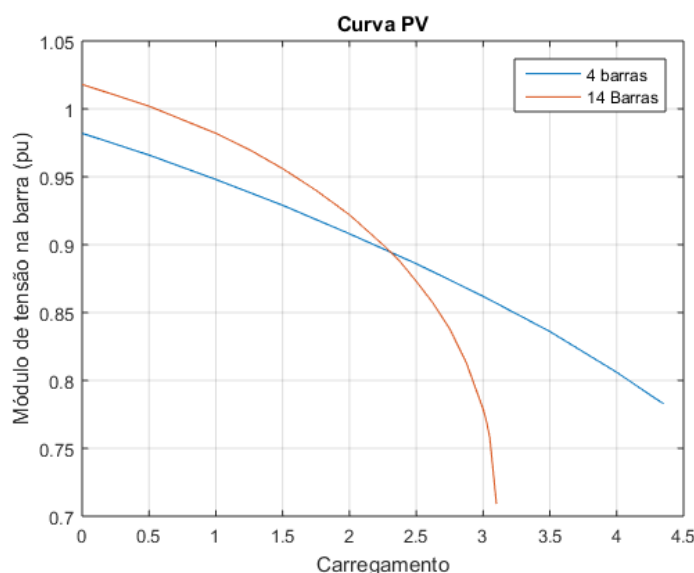


Figura 4.4 – Perfil de tensão de barras PQ dos sistemas de 4 e 14 barras.

A Figura 4.4 mostra a variação do módulo de V_2 para o sistema de 4 barras e de V_4 para o sistema de 14 barras, de acordo com o carregamento. Pode ser observado que o decaimento da tensão para um sistema com maior número de barras ocorre mais rapidamente que para um sistema menor.

Por fim, os resultados também mostram que quanto maior o sistema, menor será o carregamento para o qual o método de Newton-Raphson deixa de convergir, o que ocorre devido à proximidade do ponto de máximo carregamento. O método HELM, em contrapartida, ainda converge nesses casos embora já não se possa comparar com o

resultado obtido pelo método Newton-Raphson, como pode ser observado nas Tabelas 4.5 e 4.6.

4.5 CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Neste capítulo, o modelo HE para o cálculo do fluxo de carga, HELM, foi simulado em sistemas de diferentes dimensões e comparado utilizando resultados calculados a partir do método de Newton-Raphson.

Ambos os métodos apresentaram resultados iguais para sistemas em condições normais de operação em regime permanente. No entanto, foi demonstrado que o método HELM apresenta-se melhor quando a operação do sistema se aproxima de seu ponto de colapso, já que esse método converge para a solução HV sempre que existir solução para o sistema.

5 CONCLUSÕES

5.1 CONCLUSÕES GERAIS

Neste trabalho, foi descrito e aplicado o método proposto por Antonio Trias (Trias, 2012) para determinar um modelo não-iterativo para o cálculo do fluxo de potência. Esse método parte das equações de balanço de carga, que se tornam holomórficas após a inserção do parâmetro complexo α .

Uma vez holomórfico, torna-se possível utilizar de propriedades analíticas para encontrar o valor das tensões em todas barras e valor da potência reativa nas barras de geração a partir da aproximação por séries de potência dessas variáveis.

Para encontrar os coeficientes das séries de potência, foi necessário determinar a solução para um sistema que não apresenta carga ou geração (*Germ Solution*), o que pode ser feito tornando nulo o parâmetro complexo embutido nas equações, ou seja, $\alpha = 0$. Essa solução resulta no primeiro coeficiente de cada série de potência correspondente às variáveis presentes nas equações holomórficas resultantes das PBEs. Os demais foram encontrados de forma recursiva.

O método de continuação analítica *diagonal Padé approximant* é utilizado para aumentar o raio de convergência das séries para o maior valor possível. A partir da aproximação resultante, encontra-se a solução desejada para determinada variável fazendo $\alpha = 1$.

Foram realizadas análises para sistemas elétricos de 3, 4, 14, 30 e 57 barras com o objetivo de validação do método. Nos casos de operação normal do sistema, o método HE para o cálculo do fluxo de potência apresentou resultados equivalentes àqueles obtidos pelo método de Newton-Raphson.

No entanto, para os casos em que o sistema opera próximo à alguma condição de contingência, há a preferência pelo uso do método HELM, por ser garantida sua convergência e sempre existir solução para o sistema. Além disso, pelo método HELM também é possível saber quando não há solução para o sistema, diferente dos métodos iterativos, que são passíveis de divergência mesmo para casos em que o sistema apresenta solução.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O método HELM por ter sido concebido recentemente tem despertado interesse da comunidade que estuda novas técnicas para solução do problema de fluxo de carga. Portanto, algumas pesquisas ainda merecem destaque. No caso do trabalho aqui proposto, todas as variáveis não são limitadas, embora se saiba fisicamente que este aspecto tenha que ser levado em conta nos cálculos. Portanto, uma sugestão para trabalhos futuros é a inclusão dos limites nas variáveis calculadas, como tensão e principalmente potência reativa. Outras investigações que podem ser realizadas é avaliar o efeito da modelagem da carga de outra forma, além do modo potência constante, como tratado neste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- EPE - Empresa de Pesquisa Energética, 2016. *Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2016 - ano base 2015*, Brasília.
- Glover, J. D., Overbye, T. & Sarma, M. S., 2016. *Power System Analysis & Design*. 6 ed.:CL Engineering;.
- Gómez-Expósito, A., Conejo, A. J. & Cañizares, C., 2009. *Electric Energy Systems: Analysis and Operation*. 1 ed. Boca Raton (Florida): CRC Press.
- Li, Y., 2015. *Effect of Various Holomorphic Embeddings on Convergence Rate and Condition Number as Applied to the Power Flow Problem*. Dissertação de Mestrado, Arizona State University, Phoenix, Arizona, 115p.
- ONS, 2017. *O que é o SIN - Sistema Interligado Nacional*. [Online] Available at: http://apps05.ons.org.br/conheca_sistema/o_que_e_sin.aspx [Acesso em 5 Dezembro 2017].
- Rao, S., Feng, Y., Tylavsky, D. & Kumar, M., 2016. The Holomorphic Embedding Method Applied to the Power-Flow Problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, Setembro, 31(5), pp. 3816-3828.
- Resende, J. L. d., 2007. *Método do Ponto de Colapso Aplicado na Análise de Contingências Críticas em Sistemas Elétricos de Potência*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 111p.
- Saadat, H., 1999. *Power System Analysis*. s.l.:The McGraw-Hill Companies .
- Santos Junior, A. C., Freitas, F. D. & Fernandes, L. F. J., 2017. *Holomorphic Embedding Approach as an Alternative Method for Solving The Power Flow Problem*. In: Workshop on Communication Networks and Power Systems (WCNPS 2017), Brasília.
- Subramanian, M. K., 2014. *Application of Holomorphic Embedding to the Power-Flow Problem*, Phoenix, Arizona, USA: s.n.

Trias, A., 2012. The Holomorphic Embedding Load Flow Method. *IEEE PES GENERAL MEETING*, julho.

University of Washington, 1993. *Power Systems Test Case Archive*. [Online] Available at: <https://www2.ee.washington.edu/research/pstca/> [Acesso em Dezembro 2016].

Zimmerman, R. . D., Murillo-Sánchez, C. E. & Thomas, R. J., 2011. MATPOWER: Steady-state Operations, Planning and Analysis tools for Power Systems Research and Education. *IEEE Trans. Power Syst.*, 26(1), p. 12–19.